

図1のように産業連関表は、表頭の財・サービスの買い手である需要部門、また、表側の財・サービスの売り手である供給部門にそれぞれの産業部門が配置されている。

表のタテ列は各産業部門が財・サービスを生産するために必要となる費用構成を見ることができ、まず、それぞれの産業部門が生産活動を行うためには、他産業から部品や原材料、燃料やサービスを購入しなければならない。これは、図1では内生部門からの中間投入として表章されている。また、中間生産物以外の購入費用として粗付加価値部門が設けられ、雇用者所得、営業余剰等の費用が外生部門の粗付加価値額として表章されている。

中間投入の計Dと粗付加価値の計Eの和は、各産業部門が生産活動を営むために必要となる総費用額であり、産業連関表では総投入額とよんでいる。図1では市内生産額（D+E）がこれにあたる。

次に、図をヨコ行に沿ってしてみると、表側に設定された産業部門が生産した財・サービスの販売先（需要先）、すなわち販路構成が示されている。これらの需要は大きく中間需要と最終需要に分かれる。中間需要は産業部門へ原材料・部品等として販売された中間生産物の額を示しており、最終需要は家計消費、投資や市外に向けられる移輸出や市外生産物に対する福岡市の需要である移輸入（控除分としてマイナス計上）からなっている。

よって、ヨコ行の合計である市内生産額（A+B-C）は、各需要先への販売額の合計となる。産業連関表では、すべての財・サービスの需給は均衡する状態にあるため、ヨコ行の和である（A+B-C）とタテ列の和である（D+E）は等しくなっていなければならない。経済計算体系上からバランスするよう設計されている。

以上、産業連関表のタテ・ヨコの各部門の関係をまとめると、

$$\begin{aligned} \text{① 総需要額} &= \text{中間需要額} + \text{最終需要額} \\ &= \text{市内生産額} + \text{移輸入額} \\ &= \text{総供給額} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{② 市内生産額} &= \text{中間投入額} + \text{粗付加価値額} \\ &= \text{中間需要額} + \text{最終需要額} - \text{移輸入額} \end{aligned}$$

$$\text{③ 粗付加価値額} = \text{最終需要額} - \text{移輸入額}$$

のようになる。

産業連関表の理解を容易にするため、具体的なケース表1をもとに説明する。

表1は産業1と産業2からなる経済社会を想定し、上式が成立するように取引額、粗付加価値額、最終需要額を設定したものである。簡略化のために移輸入額は0としている。

表1 取引基本表（数値例）

		中間需要		最終需要	市内生産額
		産業1	産業2		
中間投入	産業1	40	90	70	200
	産業2	100	30	170	300
粗付加価値		60	180		
市内生産額		200	300		

まず、産業1について、タテ方向にみると、産業1から40、産業2から100の原材料を中間投入として購入し、60の粗付加価値を生み出し、200の生産が行われている。次に、ヨコ方向にみると、中間需要先である産業1に40、産業2に90を販売（産出）し、最終需要として70販売（産出）され、合わせて200生産されていることがわかる。ここでは等式①が成立している。

産業2についても、中間投入としてそれぞれ90、30を購入し、180の粗付加価値を生み出し、300の生産が行われ、その300の生産のうち、100を産業1に、30を産業2に、170を最終需要に販売（産出）している。

また、粗付加価値の合計（60+180=240）と最終需要の合計（70+170=240）は等しくなっており、等式③も成立している。

2 各種係数の説明

(1) 投入係数

投入係数とは、各産業がそれぞれの生産物を生産するために使用した原材料、燃料等の投入額をその産業の生産額で除したもので、生産原単位に相当する。これは生産活動において直接必要になる投入を示していることから直接経費とも解釈される。

表2 取引基本表（ひな型）

		中間需要		最終需要	市内生産額
		産業1	産業2		
中間投入	産業1	α_{11}	α_{12}	F_1	X_1
	産業2	α_{21}	α_{22}	F_2	X_2
粗付加価値		V_1	V_2		
市内生産額		X_1	X_2		

投入係数を一般式で示すと、 $a_{ij} = x_{ij} / X_j$ 、 $v_j = V_j / X_j$

ここで、 a_{ij} ：第 j 産業の第 i 財投入係数

(第 j 産業の生産に当たって必要となる第 i 産業からの投入原単位)

x_{ij} ：第 j 産業の第 i 財投入量 (額)

X_j ：第 j 産業の生産額

v_j ：第 j 産業の粗付加価値係数

V_j ：第 j 産業の粗付加価値額

i ：行

j ：列

この投入係数を産業別に計算してマトリックスに表記したものが投入係数表である。

例えば、産業 1 の最終需要が 1 単位発生した場合、直接的には産業 1 の生産を 1 単位増加させなければならないが、そのためには産業 1 の原材料投入も増加させる必要があり、産業 1 が a_{11} 単位、産業 2 が a_{21} 単位生産増となる (第 1 次生産波及)。次に、産業 1 a_{11} 単位および産業 2 a_{21} 単位の生産増のために、投入される原材料生産の増加が要求 (第 2 次生産波及) され、さらに、このような投入係数を介しての波及が無限に続くことになる。

表 1 の取引基本表をもとに説明すると、産業 1 および産業 2 の生産額でそれぞれの中間投入、粗付加価値を除いたものが投入係数で、表 4 のようになる。

(2) 逆行列係数

ある産業に一定の最終需要が発生した場合、それが各産業に対して直接的・間接的にどのような影響を及ぼすかを測定することが産業連関分析の重要な分析のひとつで、その際に重要な役割を果たすものが投入係数である。逆行列係数は、この投入係数をもとに計算したもので、ある部門に対して 1 単位の需要があった場合の各産業に対する直接・間接の究極的な生産波及の大きさを示すものである。

表 4 の投入係数を用いて生産波及の仕組みを図示したものが図 2 である。

表 3 投入係数表 (ひな型)

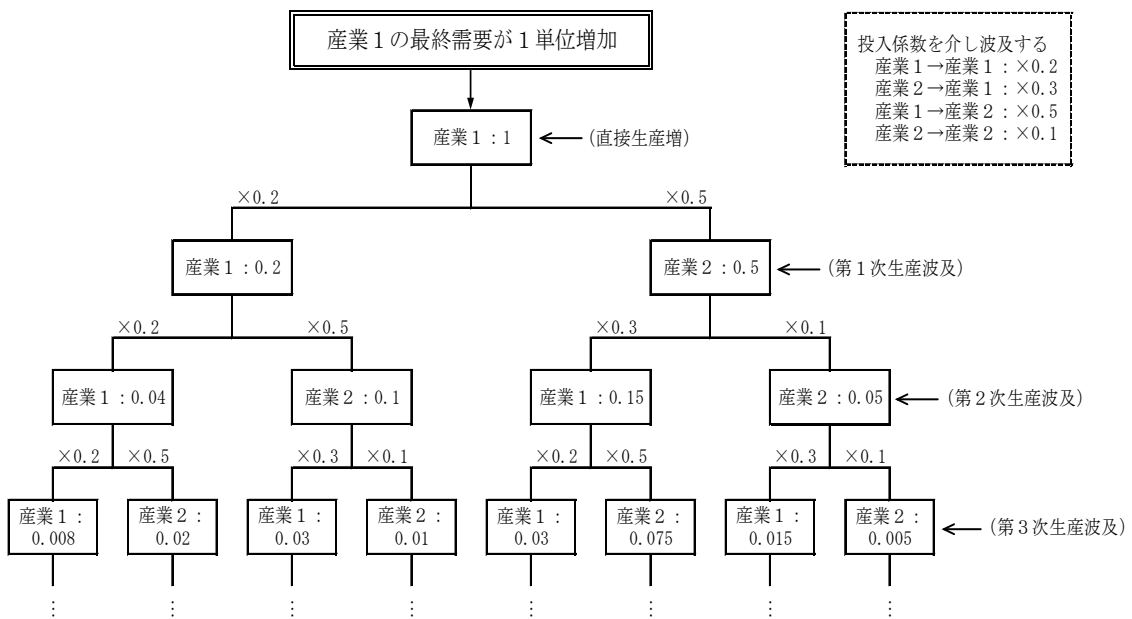
	産業 1	産業 2
産業 1	$a_{11} (= x_{11} / X_1)$	$a_{12} (= x_{12} / X_2)$
産業 2	$a_{21} (= x_{21} / X_1)$	$a_{22} (= x_{22} / X_2)$
粗付加価値	$v_1 (= V_1 / X_1)$	$v_2 (= V_2 / X_2)$
市内生産額	$1.0 (= X_1 / X_1)$	$1.0 (= X_2 / X_2)$

表 4 投入係数表 (数値例)

	産業 1	産業 2
産業 1	0.2 (= 40/200)	0.3 (= 90/300)
産業 2	0.5 (= 100/200)	0.1 (= 30/300)
粗付加価値	0.3 (= 60/200)	0.6 (= 180/300)
市内生産額	1.0 (= 200/200)	1.0 (= 300/300)

産業1の最終需要が1単位増加した場合、増加分の1だけ産業1の生産が増加する。生産を増加させるためには産業1の原材料投入も増加させる必要があり、再び産業1に0.2の、産業2に0.5の追加需要をもたらす。ここまでが第1次生産波及である。次に、産業1に0.2、産業2に0.5の生産増は、投入係数を介して第2次生産波及をもたらす。このような生産波及の過程が図2のように続き、この究極的な総和が逆行列係数に相当し、これを表5のように産業別に一覧表にしたものが逆行列係数表である。

図2 最終需要の発生と生産の波及



産業1への波及合計 = $1 + 0.2 + (0.04 + 0.15) + (0.008 + 0.03 + 0.03 + 0.015) + \dots = 1.579$

産業2への波及合計 = $0.5 + (0.1 + 0.05) + (0.02 + 0.01 + 0.075 + 0.005) + \dots = 0.877$

↑ (第1次生産波及) ↑ (第2次生産波及) ↑ (第3次生産波及)

表5 逆行列係数表

	産業1	産業2
産業1	1.579	0.526
産業2	0.877	1.404
列和	2.456	1.930

投入係数をもとに逆行列係数の意味を説明する。表2について、ヨコ（行）のバランス式を求めると、

$$x_{11} + x_{12} + F_1 = X_1$$

$$x_{21} + x_{22} + F_2 = X_2$$

投入係数を代入すると、

$$a_{11} X_1 + a_{12} X_2 + F_1 = X_1$$

$$a_{21} X_1 + a_{22} X_2 + F_2 = X_2$$

投入係数と最終需要に値を代入すると、

$$0.2 X_1 + 0.3 X_2 + 70 = X_1$$

$$0.5 X_1 + 0.1 X_2 + 170 = X_2$$

上式を行列表示すると、

$$\begin{pmatrix} 0.2 & 0.3 \\ 0.5 & 0.1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X_1 \\ X_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 70 \\ 170 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} X_1 \\ X_2 \end{pmatrix}$$

移項して

$$\left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0.2 & 0.3 \\ 0.5 & 0.1 \end{pmatrix} \right\} \begin{pmatrix} X_1 \\ X_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 70 \\ 170 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 0.8 & -0.3 \\ -0.5 & 0.9 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X_1 \\ X_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 70 \\ 170 \end{pmatrix}$$

逆行列を左から乗じて

$$\begin{pmatrix} X_1 \\ X_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.8 & -0.3 \\ -0.5 & 0.9 \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} 70 \\ 170 \end{pmatrix} \\ = \begin{pmatrix} 200 \\ 300 \end{pmatrix}$$

となり、表1の生産額と一致する。つまり、逆行列係数と最終需要が与えられれば、一意的に生産額が決定する。別の言い方をすれば、産業1の最終需要70、産業2の最終需要170は逆行列を通じて、それぞれ200、300の生産額を誘発しているということである。

一般式で表すと、投入係数の行列をA、最終需要の列ベクトルをF、生産額の列ベクトルをXとすると、

$$AX + F = X$$

となり、これをXについて解くと、

$$(I - A)X = F$$

$$X = (I - A)^{-1} F$$

このときの $(I - A)^{-1}$ が逆行列係数である。つまり、単位行列から投入係数行列を差し引いて導いた行列の逆行列を求めると、いわゆるレオンティエフ逆行列の基本形が算出される。

これは最終需要Fが与えられたとき、その需要を満たすために直接・間接に必要な究極的な生産量Xが導出されることを意味している。すなわち、逆行列係数が確定されれば、最終需要によって生産額が決定され、逆行列係数は、「1単位の最終需要によって各産業にどれだけの生産波及効果が創出されるか」といった疑問に答えてくれるのである。

逆行列係数には、移輸入の取り扱いごとに数種の逆行列係数が存在する。以下ではそれを紹介する。

① $(I - A)^{-1}$ 型

市内産品と移輸入品の合計に対する生産波及を計算するモデルであり、需要予測等に利用される。「競争移輸入型モデル」と呼ばれる。

② $[I - (I - \hat{M})A]^{-1}$ 型

移輸入品を除き、市内産品のみに対する生産波及を計算するモデルである。ただし、ここで、 $(I - \hat{M})A$ は、各部門について移輸入品の投入比率が中間需要、域内最終需要を問わず、すべての部門について同一であると仮定した場合の市内産品の投入係数を示している。

最終需要を移輸出Eとそれ以外の最終需要Yとに分け、移輸入をMとおくと、需給バランス式は、

$$AX + Y + E - M = X$$

と表される。

ここで、移輸入係数を

$$m_i = M_i / \left(\sum_j a_{ij} X_j + Y_i \right)$$

と定義し、移輸入係数を対角要素とする行列を \hat{M} とすると、この関係式は、

$$M = \hat{M} (AX + Y)$$

と表され、これを需給バランス式に代入すると、

$$\begin{aligned} X &= AX + Y + E - \hat{M}(AX + Y) \\ &= AX + Y + E - \hat{M}AX - \hat{M}Y \\ [I - (I - \hat{M})A]X &= (I - \hat{M})Y + E \end{aligned}$$

となり、求める生産水準(X)は次のようになる。

$$X = [I - (I - \hat{M})A]^{-1} [(I - \hat{M})Y + E]$$

移輸入品の投入比率が各部門(列)について同一であるという仮定は、現実の姿を正確に反映するものではないが、このモデルは、競争移輸入型の産業連関表であっても移輸入品を控除できるので、一般的にはこのモデルによる逆行列係数がよく利用されている。

③ $(I - A^d)^{-1}$ 型

このモデルによる逆行列係数は、非競争移輸入型のモデルによるものであり、移輸入品の投入比率が部門によって異なることをあらかじめ情報として知りうる場合、それを利用して市内の生産波及を求めようとするものである。

(3) 影響力係数

逆行列係数の各列の数値は、その列部門に対する最終需要が1単位発生した場合、各列部門において、直接・間接に必要な生産量を示している。その列和の合計は、その部門に対する最終需要1単位によって引き起こされる産業全体に対する生産波及の大きさを示している。

この列部門の列和を列和全体の平均値で除した比率を求めると、それはどの列部門に対する需要が起こったとき、産業全体に与える生産波及の影響が強いかという相対的な影響力を示す指標になる。これが影響力係数といわれるもので、以下の式によって求められる。影響力係数が1よりも大きい場合、生産誘発効果が高い産業であるということができる。

$$\text{影響力係数} = \text{各部門の逆行列係数の列和} \quad / \quad \text{逆行列係数の列和の平均}$$

(4) 感応度係数

逆行列係数表の各行は、表頭の列部門に対してそれぞれ1単位の最終需要があったときに、その行部門において直接・間接に必要な供給量を表しており、その行和の合計を行和全体の平均値で除した比率は、各列部門にそれぞれ1単位の最終需要があったときに、どの行部門が相対的に強い影響を受けるかを示す指標となる。これが感応度係数といわれるもので、以下の式によって求められる。

$$\text{感応度係数} = \text{各部門の逆行列係数の行和} \quad / \quad \text{逆行列係数の行和の平均}$$